2026**年全国统一高考试卷(新高考II・V卷）**

**数 学**

**注意事项：**

1. **答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**
2. **回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号框。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**
3. **考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**
4. **单选题**（本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的）
5. 设复数$z=1+2i$（$i$为虚数单位），其共轭复数为$\overline{z}$，则$\frac{z+\overline{z}}{z-\overline{z}}$的虚部为

A . $-\frac{1}{2}$ B . $-\frac{1}{2}i$ C . $\frac{1}{2}$ D . $\frac{1}{2}i$

1. 已知全集$U=\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$,集合$A=\left\{1,2,3\right\}$,集合$B=\left\{1,3,5\right\}$,集合$C=\left\{2,4,6\right\}$,则以下哪一个选项中的集合是另一个的真子集

A . $A$是$B$的真子集 B . $B$是$A$的真子集

C . $C$是$U$的真子集 D . $A$是$C$的真子集

1. 已知动点$P$到定点$F$的距离与到定直线$l$($F\notin $ $l$)的距离之比为常数$e$,当$e=\frac{1}{2}$,试判断动点$P$的轨迹为

A . 圆 B . 椭圆 C . 抛物线 D . 双曲线

1. 在平面直角坐标系中,已知$A\left(2,0\right)$,$\left|\vec{OB}\right|=2,$且有$\cos(<\vec{OA},\vec{OB}>=-\frac{1}{2})$,则$\left|\vec{OA}-\vec{OB}\right|$的值为

A . 2 B . $\sqrt{3}$ C . 1 D . $2\sqrt{3}$

1. 水平放置的△ABC的斜二测绘结果如图所示, 其中 B1O1= C1O1 = 1, A1O1= $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 那么原△ABC 是

A . 等边三角形

B . 直角三角形

C . 三边中只有两边相等的等腰三角形

D . 三边互不相等的三角形

1. 已知$ω\ne 0$,函数$\sin((ωx+\frac{π}{3})(x\in R))$的图像在$(0,\frac{π}{2})$上有$3$条对称轴及$2$个极小值，则$ω$的取值范围是

A . ($\frac{13}{3},\frac{19}{3}]$ B . ($\frac{19}{12},\frac{25}{3}]$ C .[$-\frac{23}{3},-\frac{17}{3})$ D . [$-\frac{17}{3},-\frac{11}{3})$

1. 如图，在六边形 ABCDEF 的 6 个顶点和其对角线 AD, BE, CF 的交点 P, Q , R 中，如果其中任意 4 个点不共圆，过其中的每 3 个点作一个圆，共可作多少个圆？

A . 84个

B . 81个

C . 77个

D . 72个

1. 已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=1,a\_{n+1}=a\_{n}-\frac{1}{3}a\_{n}^{2}\left(n\in N^{+}\right)$,试判断$100a\_{100}$的大小

A . $\frac{40}{21}<100a\_{100}<\frac{5}{2}$ B . $\frac{5}{2}<100a\_{100}<\frac{59}{20}$

C . $\frac{61}{20}<100a\_{100}<\frac{7}{2}$ D . $\frac{7}{2}<100a\_{100}<4$

1. **多选题**（本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求）
2. 已知变量$x,y$的样本数据如下表，根据最小二阶乘法得出其回归直线方程为$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,同时定义分类变量$X$=$\left\{\begin{array}{c}0, x>2\\1,x\leq 2\end{array}\right.$ ; $Y$=$\left\{\begin{array}{c}0,y^{2}<20\\1,y^{2}\geq 20\end{array}\right.$ ; 假设$Η\_{0}$: 分类变量$X与Y$无关

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $$y$$ | 2.4 | 3.1 | 4 | 5 | 5.5 |

参考公式：①相关系数:$r=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})(y\_{i}-\overbar{y})}{\sqrt{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})^{2}\sum\_{i=1}^{n}(y\_{i}-\overbar{y})^{2}}}$ ②决定系数$R^{2}=1-\frac{\sum\_{i=1}^{n}(y\_{i}-\hat{y})^{2}}{\sum\_{i=1}^{n}(y\_{i}-\overbar{y})^{2}}$ ③最小二阶乘$\hat{b}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})(y\_{i}-\overbar{y})}{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})^{2}}$ ④$\hat{a}=\overbar{y}-\hat{b}x$ ⑤卡方$χ^{2}=\frac{n\left(ad-bc\right)^{2}}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)} $,$n=a+b+c+d$,临界值表如下:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$α$$ | 0.1 | 0.05 | 0.01 | 0.005 |
| $$χ^{2}$$ | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 |

下列说法正确的是

A . $\hat{a}\hat{b}<1.3$ B . 原假设$Η\_{0}$不成立

C . $1.986<r+R^{2}<1.99$ D . $r^{2}=R^{2}<1$

1. 已知$a$,$b$均为正数,且$3a+4b=10$,则下列说法正确的是

A . $a^{2}+b^{2}\geq 4$ B . $a^{2}+b^{2}\geq \frac{25}{6}$

C . $\frac{1}{3a}+\frac{1}{4b}\geq \frac{1}{5}$ D . $\frac{1}{3a}+\frac{1}{4b}\geq \frac{2}{5}$

1. 已知平面 ABCD, $AB=AD=\sqrt{10},CB=CD=5,∠BAD=90^{∘}$,圆$O\_{1}$为$△ABC$外接圆，点P 在圆面$O\_{2}$上且$PB=4$,$PC=3$,圆$O\_{2}$的直径为7$\sqrt{2}$,圆$O\_{1}$所在平面平行于圆$O\_{2}$所在平面且两圆圆心连线分别与两平面垂直。下列说法正确的是

$A、O\_{1}$半径为2$\sqrt{2}$

B、若在$O\_{1}$所在平面建立平面直角坐标系，令$A\left(0,0\right),B\left(3\sqrt{5},0\right)$则$△ABC$的外心坐标为$\left(\frac{3\sqrt{5}}{2},-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

C、当P 点离$O\_{1}$所在平面的距离最远时，圆$O\_{1}$、$O\_{2}$所成圆台体积为$\frac{218}{5}π$

D、设T点在圆$O\_{1}$上，四棱锥 P- ABCD 中，$△PBC$内部点 Q 满足 $V\_{四棱锥Q-ABCD}=V\_{三棱锥Q-PAD}$ ,则$TD+PQ的最小值为\frac{65\sqrt{2}-13\sqrt{10}+12\sqrt{13}}{26}$

1. **填空题**（本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分）
2. 已知$\left(x-2\right)^{2}+\left(x+1\right)^{4}=a\_{4}x^{4}+a\_{3}x^{3}+a\_{2}x^{2}+a\_{1}x+a\_{0}$ ,则$a\_{2}$的值为【 ▲ 】
3. 若$0<α<\frac{π}{2},且 2tan\left(2α-\frac{π}{6}\right)+tan\left(α+\frac{π}{6}\right)=0,则 sin\left(α-\frac{π}{3}\right)$的值为【 ▲ 】
4. 已知集合$P⊆N^{+}$,对于$P$中任意两个元素$a,b$都有$ab-16\left|a-b\right|\leq 0$。则集合$P$中的元素个数所构成的集合的子集数为【 ▲ 】（仅考虑$P$中元素个数小于等于10的情况）
5. **解答题**（本题共**5**小题，15题**13**分，16、17题**15**分，18、19题**17**分，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）
6. 记$△ABC$的内角$A,B,C$内对边分别为$a,b,c$,已知$a<b<c$且$\tan(A)$,$\tan(B),\tan(C)$均为整数

**⑴**求$\tan(A)$,$\tan(B),\tan(C)$的值（提示$\tan(A)+\tan(B)+\tan(C)=\tan(A∙)\tan(B⋅)\tan(C)$）

**⑵**若$f\left(x\right)=\frac{cosx}{cos\left(30^{∘}-x\right)} $,求证: $f\left(1^{∘}\right)+f\left(2^{∘}\right)+\cdots +f\left(59^{∘}\right)+f\left(30^{∘}\right)=5\tan(A)\tan(B)\tan(C)\sqrt{\tan(C)}$

1. 如图，在直三棱柱$ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$中，$AC⊥BC $, 且$AC=BC \_{' }AB=BB\_{1}=4 $,$ E$为$AA\_{l}$的中点 , $F$为线段$B\_{l}C$上一点 , 设$CF=λCB\_{l}.$

 **⑴**当 $λ=\frac{1}{2}$ 时 , 求证 : $EF∕∕平 面 \_{ABC}$

 **⑵**当平面$AEF$与平面$ABB\_{1}A\_{1}$所成二面角的余弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$时，求$λ$的值.

1. 已知双曲线 $Γ:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$，满足点 $\left(3,\sqrt{15}\right)$ 在双曲线 $Γ$ 上且双曲线 $Γ$ 的离心率为 2。 $F\_{1}$ 为 $Γ$ 的左焦点

**⑴**求 $Γ$ 的标准方程

**⑵**若直线 $y=kx\left(k\ne 0\right)$ 与 $Γ$ 交于 $A,B$ 两点，连接 $AF\_{1}$ 交双曲线 $Γ$ 于点 $C$，若 $△ABC$ 的面积为$12$，求直线 $AC$ 的方程

1. 马尔科夫链因俄国数学家安德烈・马尔科夫得名，其过程具备“无记忆”的性质，即第$n+1$次状态的概率分布只跟第$n$次的状态有关，与第$n-1,n-2,n-3,⋅⋅⋅$,$1$次状态无关.马尔科夫链是概率统计中的一个重要模型，也是机器学习和人工智能的基石，在强化学习、自然语言处理、金融领域、天气预测等方面都有着极其广泛的应用.现有$A,B$两个盒子，各装有$2$个黑球和$1$个红球，现从$A,B$两个盒子中各任取一个球交换放入另一个盒子，重复进行$n(n⊆N^{+})$次这样的操作后，记$A$盒子中红球的个数为$X\_{n}$，恰有1个红球的概率为$P\_{n}$.
**⑴**求$P\_{1},P\_{2}$的值；
**⑵**求$P\_{n}$的值（用$n$表示）；
**⑶**求证 : $X\_{n}$的数学期望E($X\_{n}$)为定值.
2. 法国数学家奥古斯丁·路易斯·柯西（Augustin Louis Cauchy），于1821年提出柯西不等式，其表达式如下 : $\left(a^{2}+b^{2}\right)\left(c^{2}+d^{2}\right)\geq \left(ac+bd\right)^{2},其中当且仅当ad=bc时,取”=”。$

 **⑴**利用柯西不等式,求 : $y=5\sqrt{x-1}+\sqrt{10-2x} $的最大值及取得最大值时$x$的值

 **⑵**记 $A=a\_{1}^{2}+a\_{2}^{2}+⋅⋅⋅+a\_{n}^{2}$ , $C=b\_{1}^{2}+b\_{2}^{2}+⋅⋅⋅+b\_{n}^{2}$ , $B=a\_{1}b\_{1}+a\_{2}b\_{2}+⋅⋅⋅+a\_{n}b\_{n}$ , 则柯西不等式可以写为 $AC\geq B^{2}$ , 试构造二次函数证明柯西不等式并说明取得$”=”$的条件

 **⑶**利用柯西不等式证明 : $\sqrt{x\_{1}^{2}+y\_{1}^{2}}+\sqrt{x\_{2}^{2}+y\_{2}^{2}}\geq \sqrt{\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2}+\left(y\_{1}-y\_{2}\right)^{2}} (x\_{1},x\_{2},y\_{1},y\_{2} \in R)$

 **⑷**已知$t\_{i}(i=1,2,∙∙∙,n)$是不全相等的正数,试判断 $\sum\_{i=1}^{n}t\_{i}^{2}$ 与 $t\_{1}t\_{2}+t\_{2}t\_{3}+t\_{3}t\_{4}+ ∙∙∙+t\_{n-1}t\_{n}+t\_{n}t\_{1}$ 的大小关系,并判断二者是否可以取$”=”$

扫码查看答案